5지선다형

1. $\sqrt[3]{54} \div \sqrt[6]{4}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt[3]{2}$ ③ $\sqrt[3]{3}$ ④ 2 ⑤ 3

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x$에 대하여

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4}$$

의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2 a_4 = 36, \quad a_7 = 96$$

일 때, a_5의 값은? [3점]

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + ax - 6}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a + b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 함수 $f(x)=x^3+ax$에서 x의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율이 7일 때, $f'(1)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

7. 곡선 $y=x^3-3x+4$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선의 기울기가 9일 때, 이 접선의 y절편은? [3점]

① -12 ② -11 ③ -10 ④ -9 ⑤ -8

8. $\tan\frac{4}{3}\pi \times \cos\frac{7}{6}\pi + \sin\frac{5}{6}\pi$의 값은? [3점]

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

9. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$가

$$\int_1^3 f(x)\,dx = 0, \quad \int_{-1}^1 f(x)\,dx = 8$$

을 만족시킬 때, $\int_{-1}^2 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 두 양수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수

$$f(x) = a\sin\frac{\pi x}{4} + b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = f(x)$는 x축과 오직 한 점에서 만난다.
(나) 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = 3$이 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리는 $\frac{8}{3}$이다.

모든 a의 값의 합은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 6t, \quad v_2(t) = 2t + k$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 처음으로 만나는 시각이 $t=1$일 때, 두 점 P, Q가 두 번째로 만나는 시각에서의 두 점 P, Q의 속도의 차는? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

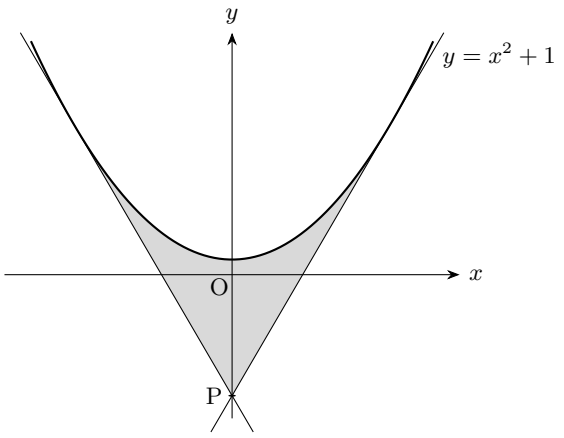
12. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} a_k$$

이라 하자. $b_{10} = -15$, $b_7 = 20$일 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$의 값은? [4점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

13. 양수 k에 대하여 y축 위의 점 $\mathrm{P}(0,\ -k)$에서 곡선 $y=x^2+1$에 그은 두 접선과 곡선 $y=x^2+1$로 둘러싸인 부분의 넓이가 18일 때, k의 값은? [4점]



① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 1보다 큰 실수 a에 대하여 곡선 $y=a^x$ 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 PQ의 중점은 y축 위에 있고, 점 P의 x좌표는 음수이다.
(나) 선분 PQ를 지름으로 하는 원은 원점 O를 지나고, 이 원의 넓이는 $\frac{25}{16}\pi$이다.

곡선 $y=\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 직선 QR의 기울기가 -1일 때, 삼각형 PQR의 넓이는? [4점]

① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 부등식 $\int_a^x f(t)\,dt \geq 0$이 성립하도록 하는 실수 a의 개수는 2이다.
> (나) $f(1) = f(3) = 0$

가능한 모든 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 값의 합은? [4점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

16. 방정식

$$3^{x^2} \times 27^x = 81^{x+1}$$

의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = 6x^2 + 2ax - 3$의 한 부정적분 $F(x)$가

$$F(1) + F(-1) = 4, \quad F(2) + F(-2) = 16$$

을 만족시킬 때, $F(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 2a_n & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_3 = 16$일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

19. 기울기가 3인 직선이 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 15x + 2$에 접한다. 이 직선이 점 $(5, k)$를 지날 때, k의 값을 구하시오. [3점]

20. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin x + 1 & (0 \le x \le \pi) \\ \sin 2x + 1 & (\pi < x \le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. x에 대한 방정식 $f(x) = t$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 실수 t의 값을 k라 할 때, 방정식 $f(x) = k$의 모든 실근의 합은 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p + q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 정수 k에 대하여 $f(k)f(-k) \le 0$이다.
(나) $f(2) = 0$

$f(4)$의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

22. 1보다 큰 실수 a에 대하여 곡선 $y = a^x$ 위의 서로 다른 두 점 A, B와 곡선 $y = \log_a x$ 위의 두 점 C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 점 A, C는 직선 $y = x$에 대하여 대칭이고, 두 점 B, D도 직선 $y = x$에 대하여 대칭이다.
(나) 선분 AB의 중점은 y축 위에 있고, 선분 AD의 중점은 직선 $y = x$ 위에 있다.

사각형 ACDB의 넓이가 $\frac{15}{4}$일 때, a^3의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. 두 학생 A, B를 포함한 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, A와 B가 서로 이웃하여 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [2점]

① 48 ② 60 ③ 72 ④ 96 ⑤ 120

24. 한 개의 주사위를 n번 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}(X) = 20$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은? [3점]

① 880 ② 890 ③ 900 ④ 910 ⑤ 920

25. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 택할 때, 택한 세 수의 곱이 4의 배수일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

26. 어느 음료 공장에서 생산하는 음료 한 병의 용량은 평균이 500, 표준편차가 8인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 음료 중에서 임의추출한 16병의 용량의 표본평균이 497 이상일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 용량의 단위는 mL이다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

27. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따르고

$$\mathrm{P}(X=4)=\mathrm{P}(X=6)$$

일 때, $\mathrm{V}(2X+1)$의 값은? (단, $n \geq 6$) [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

28. 집합 $X=\{1,2,3,4,5,6\}$에 대하여 X에서 X로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f의 치역의 원소의 개수가 3일 확률은? [4점]

집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x)$는 x의 약수이다.

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{11}{24}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

단답형

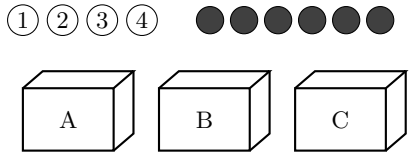
29. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 두 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 두 개의 동전을 동시에 던져
> 모두 앞면이 나오면 점 P를 양의 방향으로 3만큼 이동시키고,
> 그렇지 않으면 점 P를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 192번 반복하여 이동된 점 P의 좌표가 -24 이상 48 이하일 확률을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 k라 하자. $1000 \times k$의 값을 구하시오. [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

30. 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 검은 공 6개를 비어 있는 세 상자 A, B, C에 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 검은 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]



> (가) 각 상자에는 공이 1개 이상 들어 있다.
> (나) 각 상자에 들어 있는 검은 공의 개수는 그 상자에 들어 있는 흰 공의 개수보다 크거나 같다.

5지선다형

23. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x^2+4x}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

24. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(x,\ f(x))$에서의 접선의 기울기가 $2x\ln x$이다. $f(1)=0$일 때, $f(e)$의 값은? [3점]

① $\dfrac{e^2-3}{2}$ ② $\dfrac{e^2-2}{2}$ ③ $\dfrac{e^2-1}{2}$ ④ $\dfrac{e^2}{2}$ ⑤ $\dfrac{e^2+1}{2}$

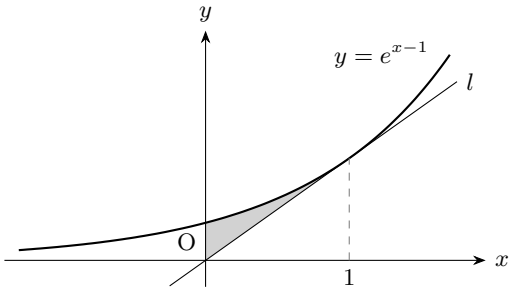
25. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}+4^n}{a_n+2^{2n-1}}=3$$

을 만족시킬 때, a_1+a_2의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

26. 그림과 같이 원점을 지나고 곡선 $y=e^{x-1}$에 접하는 직선을 l이라 하자. 곡선 $y=e^{x-1}$과 직선 l 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



① $\frac{e-2}{5e}$ ② $\frac{e-2}{4e}$ ③ $\frac{e-2}{3e}$ ④ $\frac{e-2}{2e}$ ⑤ $\frac{e-2}{e}$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)+f(x^2-1)=e^{2x}+x^2$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$의 값은? [3점]

① $2e^2-4$ ② $2e^2-3$ ③ $2e^2-2$

④ $2e^2-1$ ⑤ $2e^2$

28. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=e^x+ax$의 역함수를 $g(x)$라 하자.

$$\int_1^{f(1)} g(x)\,dx=2$$

일 때, $\int_1^{f(1)} \{g(x)\}^2\,dx$의 값은? [4점]

① $e-\frac{4}{3}$ ② $e-1$ ③ $e-\frac{2}{3}$ ④ $e-\frac{1}{3}$ ⑤ e

단답형

29. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n-n^2}{n}=3$$

일 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)=(|x|-k)e^x$이 있다. 함수

$$F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 최솟값을 갖도록 하는 양수 k의 최솟값을 m이라 하자. $k=m$일 때, 함수 $F(x)$의 극댓값을 M, 최솟값을 N이라 하자. $100(M-N)$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, }\lim_{x\to-\infty}xe^x=0\right)$ [4점]

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (k, -2)$가 서로 평행할 때, $|\vec{a} + \vec{b}|$의 값은? (단, k는 실수이다.) [2점]

① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{14}$ ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$

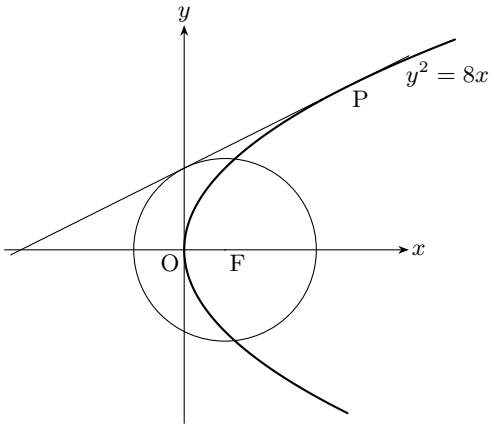
24. 두 초점이 $\mathrm{F}(2, 0)$, $\mathrm{F}'(-2, 0)$인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$이 점 $(2, 3)$을 지날 때, b^2의 값은? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

25. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 2,\ b)$, $\mathrm{B}(4,\ -6,\ 2)$에 대하여 선분 AB의 중점이 yz평면 위에 있고, 선분 AB를 $3 : 1$로 내분하는 점이 xy평면 위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

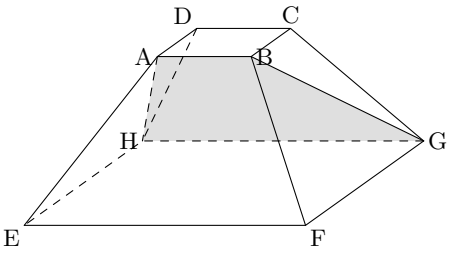
① $6\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{3}$ ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{3}$

26. 그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 위의 점 $\mathrm{P}(8,\ 8)$에서의 접선에 접하고 포물선의 초점 F를 중심으로 하는 원의 넓이는? [3점]



① 14π ② 16π ③ 18π ④ 20π ⑤ 22π

27. 그림과 같이 윗면 ABCD와 아랫면 EFGH가 각각 한 변의 길이가 2, 6인 정사각형이고 높이가 3인 정사각뿔대 ABCD−EFGH가 있다. 네 점 A, B, G, H를 지나는 평면으로 이 정사각뿔대를 자를 때 생기는 단면의 넓이는? [3점]

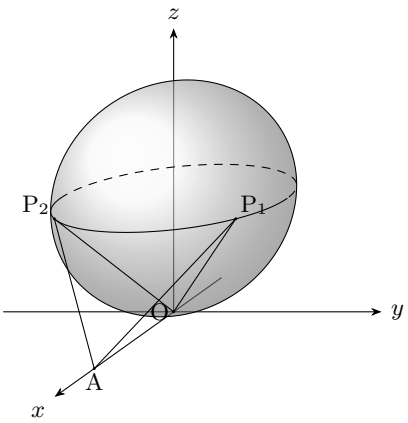


① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

28. 좌표공간에서 중심이 $\mathrm{C}(0,\,0,\,3)$이고 xy평면에 접하는 구 S와 점 $\mathrm{A}(5,\,0,\,0)$이 있다. 구 S 위의 원점 O가 아닌 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 OP와 xy평면이 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$이다.
(나) $\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{OA}}$

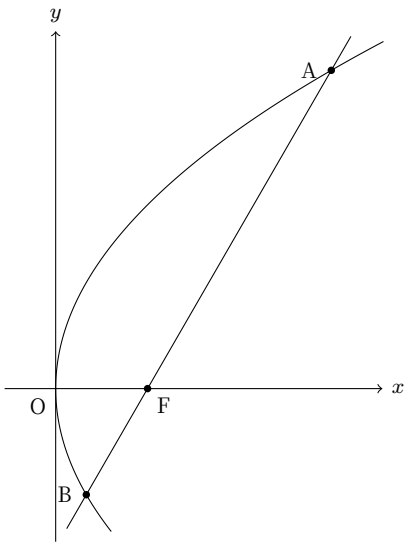
조건을 만족시키는 서로 다른 두 점 P를 P_1, P_2라 할 때, 선분 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$의 길이는? [4점]



① $\frac{24}{5}$ ② 5 ③ $\frac{26}{5}$ ④ $\frac{27}{5}$ ⑤ $\frac{28}{5}$

단답형

29. 포물선 $y^2 = 18x$의 초점을 F라 하자. 점 F를 지나는 직선이 이 포물선과 만나는 두 점을 A, B라 할 때, $\overline{AF} = 3\,\overline{BF}$이다. 선분 AB의 길이를 구하시오. (단, 점 A는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



30. 삼각형 ABC에서

$$|\overrightarrow{AB}| = 4, \quad |\overrightarrow{AC}| = 6, \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$$

이다. 선분 AB 위의 점 P와 선분 AC 위의 점 Q가 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = 6$을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PQ}|^2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M + m$의 값을 구하시오. [4점]

제 4 회 빠른 정답

공통과목

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
⑤	③	②	④	①	④	①	③	②	⑤	②

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
⑤	①	③	④	17	63	41	25	13	64	16

선택과목(확률과 통계)

23	24	25	26	27	28	29	30
①	⑤	②	④	③	①	818	345

선택과목(미적분)

23	24	25	26	27	28	29	30
①	⑤	④	④	③	①	29	50

선택과목(기하)

23	24	25	26	27	28	29	30
①	③	②	④	③	①	24	40

공통과목(수학 I, 수학 II)

1. **정답 ⑤**

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \times 2} = 3\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$이므로
$\sqrt[3]{54} \div \sqrt[6]{4} = 3$

2. **정답 ③**

$\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \to 2} \left\{ \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x + 2} \right\} = \frac{f'(2)}{4}$
$f'(x) = 3x^2 + 2$에서 $f'(2) = 14$이므로 구하는 값은 $\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

3. **정답 ②**

$a_2 a_4 = a_3^2 = 36$이고 $a_3 > 0$이므로 $a_3 = 6$
공비를 $r\,(r > 0)$라 하면 $a_7 = a_3 r^4 = 6r^4 = 96$에서
$r^4 = 16$, $r = 2$
따라서 $a_5 = a_3 r^2 = 6 \times 4 = 24$

4. **정답 ④**

$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2} = b$이고 (분모)$\to 0$이므로 (분자)$\to 0$
$4 + 2a - 6 = 0$에서 $a = 1$
$b = \lim_{x \to 2} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x - 2} = \lim_{x \to 2} (x + 3) = 5$
따라서 $a + b = 6$

5. **정답 ①**

평균변화율은 $\frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{8 + 2a}{2} = 4 + a = 7$에서
$a = 3$
$f'(x) = 3x^2 + 3$이므로 $f'(1) = 6$

6. **정답 ④**

양변을 제곱하면 $1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$에서 $\sin\theta\cos\theta = \frac{3}{8}$
$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{8}{3}$

7. **정답 ①**

$y' = 3x^2 - 3 = 9$에서 $x^2 = 4$
점 P는 제1사분면 위의 점이므로 $x = 2$이고 P(2, 6)
($x = -2$이면 점 $(-2, 2)$는 제2사분면 위의 점이다.)
접선의 방정식은 $y - 6 = 9(x - 2)$, 즉 $y = 9x - 12$이므로

y절편은 -12

8. 정답 ③

$\tan\frac{4}{3}\pi = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, $\cos\frac{7}{6}\pi = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,
$\sin\frac{5}{6}\pi = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$
주어진 식 $= \sqrt{3}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}+\frac{1}{2} = -1$

9. 정답 ②

$f(x) = 3x^2+bx+c$라 하면 $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2+2c = 8$에서 $c = 3$
$\int_{1}^{3} f(x)\,dx = 26+4b+2c = 0$에서 $b = -8$
$\int_{-1}^{2}(3x^2-8x+3)\,dx = \left[x^3-4x^2+3x\right]_{-1}^{2} = -2-(-8) = 6$

10. 정답 ⑤

$f(x)$의 주기는 8이고 $f(x)$의 최솟값은 $-a+b\,(x=6)$이다.
$b>0$이므로 (가)에서 최솟값이 0, 즉 $b=a$
$f(x)=3$에서 $\sin\frac{\pi x}{4} = \frac{3}{a}-1$
(i) $\frac{3}{a}-1>0$이면 두 근은 $x=2$에 대하여 대칭이고 작은 근이 $\frac{2}{3}$이므로
$\frac{3}{a}-1 = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $a=2$
(ii) $\frac{3}{a}-1<0$이면 두 근은 $x=6$에 대하여 대칭이고 작은 근이 $\frac{14}{3}$이므로
$\frac{3}{a}-1 = \sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$, $a=6$
($\frac{3}{a}-1=0$이면 세 점 $x=0,4,8$에서 만나므로 부적합)
따라서 모든 a의 값의 합은 $2+6=8$

11. 정답 ②

두 점의 위치는 $x_1(t) = t^3-3t^2$, $x_2(t) = t^2+kt$
$x_1(1) = x_2(1)$에서 $-2 = 1+k$, $k=-3$
$x_1(t)-x_2(t) = t^3-4t^2+3t = t(t-1)(t-3)$이므로 두 번째로 만나는 시각은 $t=3$
$v_1(3)=9$, $v_2(3)=3$이므로 속도의 차는 6

12. 정답 ⑤

공차를 d라 하면 $a_{2m-1}-a_{2m} = -d$이므로 $b_{2m} = -md$
$b_{10} = -5d = -15$에서 $d=3$
$b_{2m-1} = b_{2m-2}+a_{2m-1} = -(m-1)d+a_1+(2m-2)d = a_1+(m-1)d$
$b_7 = a_1+3d = 20$에서 $a_1 = 11$
$b_{2m-1}+b_{2m} = a_1-d = 8$이므로 $\sum_{n=1}^{10} b_n = 5\times 8 = 40$

13. 정답 ①

접점을 $(s,\ s^2+1)$이라 하면 접선은 $y = 2sx-s^2+1$이고, 점 $(0,\ -k)$를 지나므로 $s^2 = 1+k$
$a=\sqrt{1+k}$라 하면 접점의 x좌표는 $\pm a$이고, 그림은 y축에 대하여 대칭이므로
(넓이)$= 2\int_0^a \{x^2+1-(2ax-a^2+1)\}dx = 2\int_0^a (x-a)^2dx = \frac{2a^3}{3} = 18$
$a^3=27$, $a=3$이므로 $1+k=9$, $k=8$

14. 정답 ③

(가)에서 $\mathrm{P}(-s,a^{-s})$, $\mathrm{Q}(s,a^s)$ $(s>0)$. (나)에서 원점 O가 지름 PQ 위의 원 위에 있으므로 $\angle\mathrm{POQ} = 90°$:
$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = -s^2+a^{-s}a^s = 1-s^2 = 0$, $s=1$ (a의 값과 무관).
반지름의 제곱 $= \left(\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{2}\right)^2 = 1+\left(\frac{a-a^{-1}}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}$이므로
$a-\frac{1}{a} = \frac{3}{2}$, $a=2$. $\mathrm{P}\left(-1,\frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}(1,2)$.
직선 QR: $y=-x+3$. 곡선 $y=\log_2 x$는 증가, 직선은 감소하므로 교점은 하나뿐이고, Q를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 $(2,1)$이 두 그래프 위에 있으므로 $\mathrm{R}(2,1)$.
$\overrightarrow{\mathrm{PQ}} = \left(2,\frac{3}{2}\right)$, $\overrightarrow{\mathrm{PR}} = \left(3,\frac{1}{2}\right)$이므로 넓이 $= \frac{1}{2}\left|2\cdot\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\cdot 3\right| = \frac{7}{4}$.

15. 정답 ④

$G(x) = \int_0^x f(t)\,dt$라 하면 $\int_a^x f(t)\,dt = G(x)-G(a)\ge 0$ (모든 x) $\iff$ $G(a)$가 G의 최솟값. G는 최고차항의 계수가 $\frac{1}{4}$인 사차함수이므로 (가)는 G가 최솟값을 두 점 α,β $(\alpha<\beta)$에서 가진다는 뜻이고

$$G(x)-G(\alpha) = \frac{1}{4}(x-\alpha)^2(x-\beta)^2$$

$f(x) = G'(x) = (x-\alpha)(x-\beta)\left(x - \dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$. 즉 f의 세 근은 등차수열을 이룬다: $m-d,\ m,\ m+d\ (d>0)$.

(나)에서 $1, 3$이 이 중 두 근이므로

- $(m-d, m) = (1, 3)$: 근 $1, 3, 5 \Rightarrow f(4) = 3\cdot 1\cdot(-1) = -3$
- $(m, m+d) = (1, 3)$: 근 $-1, 1, 3 \Rightarrow f(4) = 5\cdot 3\cdot 1 = 15$
- $(m-d, m+d) = (1, 3)$: 근 $1, 2, 3 \Rightarrow f(4) = 3\cdot 2\cdot 1 = 6$

합은 $-3 + 15 + 6 = 18$.

---

16. 정답 17

$3^{x^2}\times 3^{3x} = 3^{4x+4}$이므로 $x^2+3x = 4x+4$, 즉 $x^2-x-4=0$. 근과 계수의 관계에서 $\alpha+\beta = 1$, $\alpha\beta = -4$이므로 $(\alpha-\beta)^2 = (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = 1 + 16 = 17$.

---

17. 정답 63

$F(x) = 2x^3 + ax^2 - 3x + C$ (C는 적분상수)라 하면 $F(1)+F(-1) = 2a+2C = 4$, $F(2)+F(-2) = 8a+2C = 16$. 두 식에서 $a=2$, $C=0$이므로 $F(x) = 2x^3+2x^2-3x$. 따라서 $F(3) = 54+18-9 = 63$.

---

18. 정답 41

$a_3 = 16$에서 차례로 구하면 $a_4 = a_3 + 3 = 19$ ($n=3$은 홀수), $a_5 = 2a_4 = 38$ ($n=4$는 짝수), $a_6 = a_5 + 3 = 41$ ($n=5$는 홀수). (참고: $a_1 = 5$, $a_2 = 8$이다.)

---

19. 정답 25

$y' = 3x^2 - 12x + 15 = 3$에서 $x^2 - 4x + 4 = 0$, $x = 2$이므로 접점은 $(2, 16)$뿐이다. 접선의 방정식은 $y = 3(x-2)+16 = 3x+10$이므로 $k = 3\times 5 + 10 = 25$.

---

20. 정답 13

$0 \le x \le \pi$에서 $y = 2\sin x + 1$은 1에서 최댓값 $3\ \left(x = \dfrac{\pi}{2}\right)$까지 증가한 후 1까지 감소한다.

$\pi < x \le 2\pi$에서 $y = \sin 2x + 1$은 최댓값 $2\ \left(x = \dfrac{5}{4}\pi\right)$, 최솟값 $0\ \left(x = \dfrac{7}{4}\pi\right)$을 갖고 $x = 2\pi$에서 1이다.

실근의 개수는 $t = 3$일 때 1, $2 < t < 3$일 때 2, $t = 2$일 때 3, $1 \le t < 2$일 때 4, $0 < t < 1$일 때 2, $t = 0$일 때 1이므로 $k = 2$

$f(x) = 2$의 실근은 $\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{5}{6}\pi$, $\dfrac{5}{4}\pi$이므로 합은 $\pi + \dfrac{5}{4}\pi = \dfrac{9}{4}\pi$

$p = 4$, $q = 9$이므로 $p+q = 13$

---

21. 정답 64

$f(x) = x^3+ax^2+bx+c$에서 $f(k) = (k^3+bk)+(ak^2+c)$, $f(-k) = -(k^3+bk)+(ak^2+c)$이므로

$$f(k)f(-k) = (ak^2+c)^2 - (k^3+bk)^2 \le 0$$
$$\iff |ak^2+c| \le |k^3+bk|$$

$k=0$에서 $c=0$. 따라서 (가) $\iff$ 모든 자연수 k에 대하여 $|a|k \le |k^2+b|$. (나)에서 $8+4a+2b=0$, $b = -4-2a$이고 $k^2+b = k^2-4-2a$.

- $k=2$: 항상 성립 ($f(2)=0$).
- $k \ge 3$, $a \ge 0$: $ka \le k^2-4-2a \iff a \le k-2$, 가장 강한 것은 $k=3$: $a \le 1$. ($k=1$: $a \le 3+2a$ 성립)
- $a = -s < 0$: $k=1$에서 $s \le |3-2s| \Rightarrow s \le 1$ 또는 $s \ge 3$.
  $k \ge 3$에서 $ks \le k^2-4+2s \iff s \le k+2$, $k=3$에서 $s \le 5$.

따라서 $-5 \le a \le -3$ 또는 $-1 \le a \le 1$.

$f(4) = 64+16a+4b = 48+8a$이므로 최댓값 56 ($a=1$, $f = x(x+3)(x-2)$), 최솟값 8 ($a=-5$, $f = x(x-2)(x-3)$). 합은 64.

---

22. 정답 16

$\mathrm{A}(s, a^s)$로 두면 (나)에서 $\mathrm{B}(-s, a^{-s})$이고, (가)에서 $\mathrm{C}(a^s, s)$, $\mathrm{D}(a^{-s}, -s)$. 대칭성에 의해 $s > 0$이라 해도 일반성을 잃지 않는다. $u = a^s\ (>1)$이라 하자.

선분 AD의 중점이 $y=x$ 위에 있으므로 $s + \dfrac{1}{u} = u - s$, 즉 $2s = u - \dfrac{1}{u}$.

AC와 BD는 모두 기울기 -1이므로 사각형 ACDB는 등변사다리꼴이다. $\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{2}(u-s)$, $\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{2}\left(\dfrac{1}{u}+s\right)$, 두 직선 $x+y = u+s$, $x+y = \dfrac{1}{u}-s$ 사이 거리는 $\dfrac{u+2s-\frac{1}{u}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\left(u-\dfrac{1}{u}\right)$. 넓이 $= \dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\left(u+\dfrac{1}{u}\right)\cdot\sqrt{2}\left(u-\dfrac{1}{u}\right) =$

$u^2 - \dfrac{1}{u^2} = \dfrac{15}{4}$에서 $u^2 = 4$, $u = 2$.

$2s = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $s = \frac{3}{4}$이므로 $a^{3/4} = 2$, $a = 2^{4/3}$,

$a^3 = 2^4 = 16$.

선택과목(확률과 통계)

23. **정답 ①**

A, B를 한 사람으로 생각하여 5명이 원 모양으로 앉는 경우의 수는 $(5-1)!=24$
A와 B가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $24\times 2=48$

24. **정답 ⑤**

3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이므로 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\frac{1}{3}\right)$을 따른다.
$\mathrm{V}(X)=n\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2n}{9}=20$에서 $n=90$, $\mathrm{E}(X)=30$
따라서 $\mathrm{E}(X^2)=\mathrm{V}(X)+\{\mathrm{E}(X)\}^2=20+900=920$

25. **정답 ②**

모든 경우의 수는 ${}_{10}\mathrm{C}_3=120$이다. 여사건은 세 수의 곱이 4의 배수가 아닌 사건이다.
(i) 세 수가 모두 홀수: ${}_5\mathrm{C}_3=10$
(ii) 짝수가 하나뿐이고 그 짝수가 4의 배수가 아닌 수 2, 6, 10 중 하나: $3\times{}_5\mathrm{C}_2=30$
여사건의 확률은 $\frac{40}{120}=\frac{1}{3}$이므로 구하는 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

26. **정답 ④**

표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(500,\frac{8^2}{16}\right)$, 즉 $\mathrm{N}(500,2^2)$을 따른다.
$\mathrm{P}(\overline{X}\ge 497)=\mathrm{P}\left(Z\ge\frac{497-500}{2}\right)=\mathrm{P}(Z\ge -1.5)=0.5+0.4332=0.9332$

27. **정답 ③**

$\mathrm{P}(X=k)={}_n\mathrm{C}_k\left(\frac{1}{2}\right)^n$이므로 ${}_n\mathrm{C}_4={}_n\mathrm{C}_6$
$4\neq 6$이므로 $4+6=n$, $n=10$
$\mathrm{V}(X)=10\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$이므로 $\mathrm{V}(2X+1)=4\times\frac{5}{2}=10$

28. **정답 ①**

조건에서 $f(1)=1$, $f(2)\in\{1,2\}$, $f(3)\in\{1,3\}$, $f(4)\in\{1,2,4\}$, $f(5)\in\{1,5\}$, $f(6)\in\{1,2,3,6\}$
조건을 만족시키는 함수의 개수는 $1\times2\times2\times3\times2\times4=96$
치역은 항상 1을 포함하므로 치역이 $\{1,p,q\}$인 경우를 센다. 치역이 집합 S에 포함되는 함수의 개수를 $N(S)$라 하면 치역이 정확히 $\{1,p,q\}$인 함수의 개수는
$N(\{1,p,q\})-N(\{1,p\})-N(\{1,q\})+N(\{1\})$
$\{1,2,3\}$: $24-4-8+1=13$, $\{1,2,5\}$: $16-8-2+1=7$
$\{1,2,4\}$, $\{1,2,6\}$, $\{1,3,4\}$, $\{1,3,5\}$: 각각 3
$\{1,3,6\}$, $\{1,4,5\}$, $\{1,4,6\}$, $\{1,5,6\}$: 각각 1
(예: $N(\{1,2,4\})=2\cdot1\cdot3\cdot1\cdot2=12$, $N(\{1,2\})=8$, $N(\{1,4\})=2$이므로 $12-8-2+1=3$)
치역의 원소가 3개인 함수는 $13+7+4\times3+4\times1=36$개
따라서 구하는 확률은 $\frac{36}{96}=\frac{3}{8}$

29. **정답 818**

192번의 시행 중 두 동전이 모두 앞면인 횟수를 X라 하면 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(192,\frac{1}{4}\right)$을 따르고
$\mathrm{E}(X)=48$, $\mathrm{V}(X)=192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=36$
점 P의 좌표는 $3X-(192-X)=4X-192$이므로
$-24\le 4X-192\le 48 \iff 42\le X\le 60$
192는 충분히 크므로 X는 근사적으로 $\mathrm{N}(48,6^2)$을 따르고
$\mathrm{P}(42\le X\le 60)=\mathrm{P}(-1\le Z\le 2)=0.341+0.477=0.818$
따라서 $1000\times k=818$

30. **정답 345**

상자 A, B, C에 넣는 흰 공의 개수를 w_1, w_2, w_3, 검은 공의 개수를 b_1, b_2, b_3이라 하자.
(가), (나)에서 흰 공이 없는 상자에도 검은 공이 1개 이상 있어야 하므로 $b_i\ge\max(w_i,1)$
$m=\sum\max(w_i,1)$이라 하면 검은 공을 넣는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_{6-m}$
(i) $\{w_i\}=\{4,0,0\}$: 흰 공 배치 3가지, $m=6\Rightarrow 3\times1=3$

(ii) $\{3,1,0\}$: 흰 공 배치 $3! \times {}_4\mathrm{C}_3 = 24$, $m = 5 \Rightarrow 24 \times {}_3\mathrm{H}_1 = 72$

(iii) $\{2,2,0\}$: 흰 공 배치 $3 \times {}_4\mathrm{C}_2 = 18$, $m = 5 \Rightarrow 18 \times 3 = 54$

(iv) $\{2,1,1\}$: 흰 공 배치 $3 \times \dfrac{4!}{2!} = 36$, $m = 4 \Rightarrow 36 \times {}_3\mathrm{H}_2 = 36 \times 6 = 216$

따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 72 + 54 + 216 = 345$

선택과목(미적분)

23. **정답 ①**

$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x^2+4x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{2x}\times\frac{2}{x+4}\right)=1\times\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

24. **정답 ⑤**

$f'(x)=2x\ln x$이므로

$f(x)=\int 2x\ln x\,dx=x^2\ln x-\int x^2\times\frac{1}{x}\,dx=x^2\ln x-\frac{x^2}{2}+C$

$f(1)=-\frac{1}{2}+C=0$에서 $C=\frac{1}{2}$

따라서 $f(e)=e^2-\frac{e^2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{e^2+1}{2}$

25. **정답 ④**

$a_n=ar^{n-1}$이라 하자. $2^{2n-1}=\frac{1}{2}\times 4^n$이다.

(i) $a=0$ 또는 $|r|<4$이면 분모, 분자를 4^n으로 나눌 때 극한값은 $\frac{1}{\frac{1}{2}}=2\neq 3$

(ii) $|r|>4$, $a\neq 0$이면 분모, 분자를 r^n으로 나눌 때 극한값은 r이고 $r=3$은 $|r|>4$에 모순

(iii) $r=-4$, $a\neq 0$이면 $\frac{a(-1)^n+1}{-\frac{a}{4}(-1)^n+\frac{1}{2}}$이 n이 홀수, 짝수일 때 서로 다른 값을 가지므로 수렴하지 않는다.

(iv) $r=4$이면 $\lim_{n\to\infty}\frac{a\cdot 4^n+4^n}{a\cdot 4^{n-1}+\frac{1}{2}\cdot 4^n}=\frac{a+1}{\frac{a}{4}+\frac{1}{2}}=3$에서 $a=2$

따라서 $a_1=2$, $a_2=8$이고 $a_1+a_2=10$

26. **정답 ④**

접점의 x좌표를 a라 하면 접선의 방정식은 $y=e^{a-1}(x-a)+e^{a-1}$

이 직선이 원점을 지나므로 $0=e^{a-1}(1-a)$, $a=1$이고 l: $y=x$

$0\le x\le 1$에서 $e^{x-1}\ge x$이므로 구하는 넓이는

$\int_0^1(e^{x-1}-x)\,dx=\left[e^{x-1}-\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\left(1-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{e}=\frac{e-2}{2e}$

27. **정답 ③**

주어진 식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$f'(x)+2xf'(x^2-1)=2e^{2x}+2x$

$x=0$을 대입하면 $f'(0)=2$

$x=1$을 대입하면 $f'(1)+2f'(0)=2e^2+2$

따라서 $f'(1)=2e^2+2-4=2e^2-2$

28. **정답 ①**

$f'(x)=e^x+a>0$이므로 $f(x)$는 증가하고, $f(0)=1$이므로 $g(1)=0$, $g(f(1))=1$

$x=f(y)$로 치환하면 $dx=f'(y)\,dy$이고 $x=1$일 때 $y=0$, $x=f(1)$일 때 $y=1$이므로

$\int_1^{f(1)}g(x)\,dx=\int_0^1 yf'(y)\,dy=\left[yf(y)\right]_0^1-\int_0^1 f(y)\,dy$

$=(e+a)-\left(e-1+\frac{a}{2}\right)=1+\frac{a}{2}$

$1+\frac{a}{2}=2$에서 $a=2$

$\int_1^{f(1)}\{g(x)\}^2\,dx=\int_0^1 y^2f'(y)\,dy=\int_0^1 y^2(e^y+2)\,dy$

$=\left[(y^2-2y+2)e^y\right]_0^1+\frac{2}{3}=(e-2)+\frac{2}{3}=e-\frac{4}{3}$

29. **정답 29**

$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\times 2=n^2+(a_1-1)n$이므로

$\lim_{n\to\infty}\frac{S_n-n^2}{n}=a_1-1=3$, $a_1=4$이고 $S_n=n(n+3)$

$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3}\right)$이므로

$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{S_k}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)$

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=\frac{1}{3}\times\frac{11}{6}=\frac{11}{18}$

따라서 $p=18$, $q=11$이고 $p+q=29$

30. **정답 50**

$F'(x)=f(x)$의 부호는 $x<-k$일 때 양, $-k<x<k$일 때 음, $x>k$일 때 양이므로 $F(x)$는 $x=-k$에서 극대, $x=k$에서 극소이다.

$F(k)=\int_0^k(t-k)e^t\,dt=\left[(t-k-1)e^t\right]_0^k=k+1-e^k$

$x<0$에서 $F(x)=\int_x^0(t+k)e^t\,dt=\left[(t+k-1)e^t\right]_x^0=k-1-(x+k-1)e^x$

이므로 $\lim_{x\to-\infty}F(x)=k-1$이고 $F(x)$는 $x<-k$에서 증가하므로 $x<-k$에서 $F(x)>k-1$

$F(x)$가 최솟값을 가질 조건은 $F(k) \le k-1$, 즉 $e^k \ge 2$,
$k \ge \ln 2$이므로 $m = \ln 2$
$k = \ln 2$일 때 $N = F(\ln 2) = \ln 2 + 1 - 2 = \ln 2 - 1$

$M = F(-\ln 2) = \ln 2 - 1 + e^{-\ln 2} = \ln 2 - \frac{1}{2}$
따라서 $100(M-N) = 100 \times \frac{1}{2} = 50$

선택과목(기하)

23. **정답 ①**

$\vec{b} = t\vec{a}$에서 $-2 = t$, $k = 3t = -6$이다. $\vec{a} + \vec{b} = (-3, -1)$이므로 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10}$

24. **정답 ③**

점 $(2, 3)$에서 두 초점까지의 거리는 3, $\sqrt{16+9} = 5$이므로 $2a = 8$, $a^2 = 16$

$b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12$

25. **정답 ②**

중점의 x좌표 $\frac{a+4}{2} = 0$에서 $a = -4$, 내분점의 z좌표 $\frac{b+3\times 2}{4} = 0$에서 $b = -6$

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = (8, -8, 8)$이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = 8\sqrt{3}$

26. **정답 ④**

$\mathrm{P}(8, 8)$에서의 접선은 $8y = 4(x+8)$, 즉 $x - 2y + 8 = 0$이다. $\mathrm{F}(2, 0)$에서 이 직선까지의 거리는 $\frac{|2+8|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$

원의 넓이는 $\pi(2\sqrt{5})^2 = 20\pi$

27. **정답 ③**

단면 ABGH는 $\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{HG}}$인 사다리꼴이다. 두 점 A, B의 평면 EFGH 위로의 정사영을 A′, B′이라 하면 사다리꼴 A′B′GH에서 $\overline{\mathrm{A'B'}} = 2$, $\overline{\mathrm{HG}} = 6$이고 두 변 사이의 거리는 $1 + 3 = 4$이므로 넓이는 $\frac{(2+6)\times 4}{2} = 16$

AB의 중점 M, HG의 중점 N, M의 정사영 M′에 대하여 $\overline{\mathrm{M'N}} = 4$, $\overline{\mathrm{MM'}} = 3$이므로 $\overline{\mathrm{MN}} = 5$이고, $\overline{\mathrm{MN}} \perp \overline{\mathrm{HG}}$, $\overline{\mathrm{M'N}} \perp \overline{\mathrm{HG}}$이므로 단면과 아랫면이 이루는 각 θ에 대하여 $\cos\theta = \frac{4}{5}$

단면의 넓이는 $16 \div \frac{4}{5} = 20$

28. **정답 ①**

구 $S : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$, 즉 $x^2 + y^2 + z^2 = 6z$이다.

$\mathrm{P}(x, y, z)$라 하자.

(가)에서 $z > 0$이고 $z = \sqrt{x^2+y^2}$이므로 $2z^2 = 6z$, $z = 3$, $x^2 + y^2 = 9$

즉 점 P는 평면 $z = 3$ 위의 원 $x^2 + y^2 = 9$ 위에 있다.

(나)에서 $(x-5)^2 + y^2 + z^2 = 25$, $x^2 + y^2 + z^2 - 10x = 0$이므로 $18 - 10x = 0$, $x = \frac{9}{5}$

$y^2 = 9 - \frac{81}{25} = \frac{144}{25}$, $y = \pm\frac{12}{5}$이므로 $\overline{\mathrm{P_1P_2}} = \frac{24}{5}$

29. **정답 24**

포물선 $y^2 = 18x$의 초점은 $\mathrm{F}\left(\frac{9}{2}, 0\right)$, 준선은 $x = -\frac{9}{2}$이다. 직선 AB가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라 하면 포물선의 정의에서

$$\overline{\mathrm{AF}} = 9 + \overline{\mathrm{AF}}\cos\theta, \quad \overline{\mathrm{BF}} = 9 - \overline{\mathrm{BF}}\cos\theta$$

이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = \frac{9}{1-\cos\theta}$, $\overline{\mathrm{BF}} = \frac{9}{1+\cos\theta}$

$\overline{\mathrm{AF}} = 3\,\overline{\mathrm{BF}}$에서 $1 + \cos\theta = 3(1 - \cos\theta)$, $\cos\theta = \frac{1}{2}$

따라서 $\overline{\mathrm{AF}} = 18$, $\overline{\mathrm{BF}} = 6$이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 18 + 6 = 24$

30. **정답 40**

$\cos A = \frac{12}{4\times 6} = \frac{1}{2}$이다. $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}| = u$, $|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}| = v$라 하면 $\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AQ}} = \frac{1}{2}uv = 6$, $uv = 12$

$0 \le u \le 4$, $0 \le v = \frac{12}{u} \le 6$이므로 $2 \le u \le 4$

$|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2 = u^2 + v^2 - uv = u^2 + \frac{144}{u^2} - 12$

산술평균과 기하평균의 관계에서 $u^2 + \frac{144}{u^2} \ge 24$ (등호는 $u = 2\sqrt{3}$, 범위 안), 따라서 $m = 12$

$g(t) = t + \frac{144}{t}$ $(4 \le t \le 16)$는 $t = 12$에서 최소이고 $g(4) = 40$, $g(16) = 25$이므로 $M = 40 - 12 = 28$

$M + m = 40$