5지선다형

1. $\sqrt[4]{8} \times \sqrt[8]{4}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x + 1$에 대하여

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 + a_7 = 20, \quad a_4 a_6 = 84$$

일 때, a_9의 값은? [3점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & (x < 1) \\ 4x - a & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 함수 $f(x)=(x^2+2)(2x^3-x+1)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

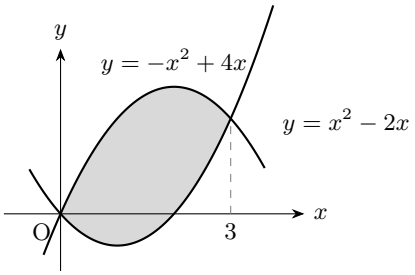
6. $\cos\theta>0$인 θ에 대하여

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}$

7. 두 곡선 $y=x^2-2x$, $y=-x^2+4x$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

8. $\log_2 12 + \log_4 16 - 2\log_2 \sqrt{3}$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

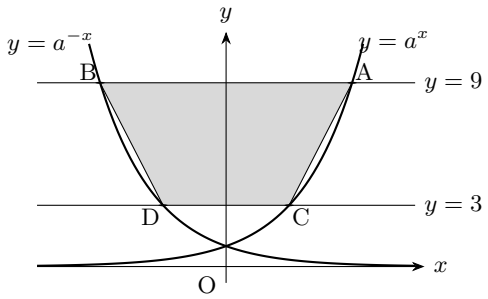
9. 시각 $t = 0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x_1, x_2가

$$x_1 = t^3 - 2t^2 + t, \quad x_2 = t^2 + 10t$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 점 P의 가속도와 점 Q의 가속도의 차는? [4점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

10. $a > 1$인 실수 a에 대하여 직선 $y = 9$가 두 곡선 $y = a^x$, $y = a^{-x}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y = 3$이 두 곡선 $y = a^x$, $y = a^{-x}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ABDC의 넓이가 12일 때, a의 값은? [4점]



① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-kt+9 \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도가 0일 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 점 P는 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾼다.
ㄴ. 시각 $t=1$에서 점 P의 위치는 3이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=4$까지 점 P가 움직인 거리는 12이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

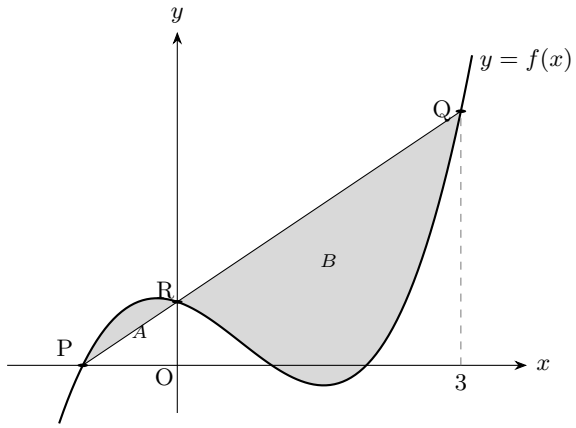
12. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_3+a_5=4(a_1+a_3), \quad a_2a_6=64$$

를 만족시킨다. $a_3a_4<0$, $a_5>0$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제6항까지의 합은? [4점]

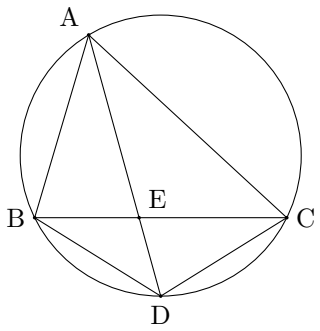
① -21 ② -7 ③ 7 ④ 21 ⑤ 63

13. 함수 $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{P}(-1,\ 0)$, $\mathrm{Q}(3,\ f(3))$을 잇는 선분 PQ가 곡선 $y = f(x)$와 만나는 점 중 P, Q가 아닌 점을 R이라 하자. 곡선 $y = f(x)$와 선분 PR로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y = f(x)$와 선분 RQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $B - A$의 값은? [4점]



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ 10 ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{34}{3}$

14. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = 6$, $\overline{\mathrm{AC}} = 3$인 삼각형 ABC의 외접원 위에 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$인 점 D가 있다. 선분 AD가 선분 BC와 만나는 점을 E라 하자. $\overline{\mathrm{DE}} = 7$일 때, 이 원의 반지름의 길이는? (단, 점 D는 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점이다.) [4점]



① $\sqrt{17}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{19}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{21}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to t} \frac{f(x) - |f(t)|}{x^2 - t^2}$$

의 값이 존재하도록 하는 모든 실수 t의 집합이 $\{t \mid t \geq -2\}$이다. $f(1)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M + m$의 값은? [4점]

① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

단답형

16. 방정식

$$\log_3(x+4) + \log_3(x-6) = 1 + \log_3 x$$

를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2, \quad f(1) = 5$$

일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 3n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{12} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + a$의 극댓값이 9일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

20. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(2k+1) \times 3^k = n \times 3^{n+1} \quad \cdots\cdots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n = 1$일 때, (좌변)= [(가)], (우변)= $1 \times 3^2 = 9$
이므로 $(*)$이 성립한다.
(ii) $n = m$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}(2k+1) \times 3^k = m \times 3^{m+1}$$

이다. $n = m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1}(2k+1) \times 3^k &= m \times 3^{m+1} + \boxed{\text{(나)}} \\ &= (3m+3) \times 3^{m+1} \\ &= (m+1) \times 3^{\boxed{\text{(다)}}}\end{aligned}$$

이므로 $n = m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{f(4)}{p \times g(7)}$의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(|x|)|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x에 대한 방정식 $|f(|x|)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(4)$의 최솟값을 구하시오. [4점]

22. 모든 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}|a_n|-3 & (a_n\text{이 홀수인 경우})\\ -\dfrac{a_n}{2} & (a_n=0\text{ 또는 }a_n\text{이 짝수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1>0$이고, $a_m=-1$을 만족시키는 자연수 m의 최솟값이 6일 때, 가능한 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. 7개의 문자 a, a, b, b, b, c, d를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 문자 b가 오도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5},\quad \mathrm{P}(B\,|\,A)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(A\,|\,B)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{11}{15}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{13}{15}$

25. 다항식 $(x^2+2)(x-1)^5$의 전개식에서 x^3의 계수는? [3점]

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

26. 한 개의 주사위를 두 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $a+b$가 4의 배수이거나 ab가 홀수일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{7}{18}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

27. 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m, \sigma^2)$을 따르고

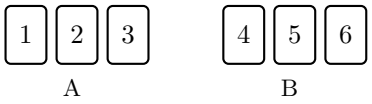
$$\mathrm{P}(X \le 50) = 0.0228, \quad \mathrm{P}(X \ge 62) = 0.1587$$

일 때, $\mathrm{P}(54 \le X \le 66)$의 값을 아래 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma > 0$) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6826
④ 0.7745 ⑤ 0.8185

28. 학생 A는 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 카드 3장을, 학생 B는 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 카드 3장을 가지고 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.



> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가
> 2 이하이면 1과 6이 적혀 있는 두 카드를,
> 3 이상 5 이하이면 2와 5가 적혀 있는 두 카드를,
> 6이면 3과 4가 적혀 있는 두 카드를
> 각각 가지고 있는 두 학생이 그 카드를 서로 맞바꾼다.

이 시행을 4번 반복한 후 A가 가지고 있는 카드에 적혀 있는 모든 수의 합이 B가 가지고 있는 카드에 적혀 있는 모든 수의 합보다 클 때, A가 5가 적혀 있는 카드를 가지고 있을 확률은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d=16$
(나) a와 b는 모두 홀수이고, $a+b \le c+d$이다.

30. 3 이상의 자연수 n에 대하여 1부터 n까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 차를 기록한 후, 꺼낸 공을 다시 주머니에 넣는다.

이 시행을 4번 반복하여 기록한 네 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자.

$$\mathrm{P}(\overline{X}=1)=\frac{16}{625}$$

일 때, $\displaystyle\sum_{k=1}^{40} k^2 \mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{k}{4}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \dfrac{6x}{\ln(1+3x)}$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

24. $\int_0^1 (x+2)e^x \, dx$ 의 값은? [3점]

① $2e-4$ ② $2e-3$ ③ $2e-2$ ④ $2e-1$ ⑤ $2e$

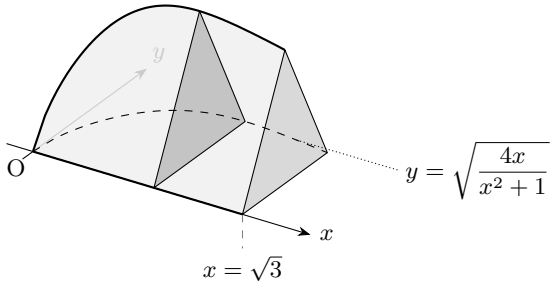
25. 수열

$$\left\{\left(\frac{k^2-6k}{8}\right)^n\right\}$$

이 수렴하도록 하는 모든 정수 k의 개수는? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\frac{4x}{x^2+1}}$과 x축 및 직선 $x=\sqrt{3}$으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\sqrt{3}}{4}\ln 2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}\ln 2$ ③ $\sqrt{3}\ln 2$
④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}\ln 2$ ⑤ $2\sqrt{3}\ln 2$

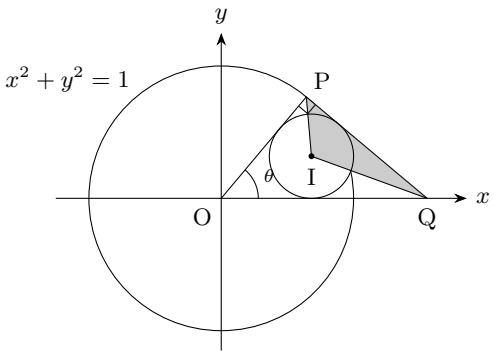
27. 함수 $f(x) = x^3 + x - 1$과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$g(f(x)) = x^2 e^{x-1} + x$$

를 만족시킬 때, $g(1) + g'(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

28. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POQ = \theta$일 때, 삼각형 OPQ에 내접하는 원의 중심을 I라 하고, 삼각형 IPQ의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$의 값은? (단, O는 원점이고, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$이다.) [4점]



① $2\sqrt{3} - 3$ ② $2\sqrt{3} - \frac{5}{2}$ ③ $2\sqrt{3} - 2$
④ $2\sqrt{3} - \frac{3}{2}$ ⑤ $2\sqrt{3} - 1$

단답형

29. 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = \begin{cases} a_n & (a_n < 2) \\ 2 & (a_n \geq 2) \end{cases}$$

라 하자. 수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $b_1 = b_3$
(나) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 9$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$이고 $f(0) = 0$인 삼차함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재한다. 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$는 $x = a$에서만 미분가능하지 않고

$$\int_0^a g(x)\,dx = \frac{27}{4}$$

이다. $\int_0^{f(6)} g(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (-2, 4)$에 대하여 벡터 $2\vec{a} + \vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

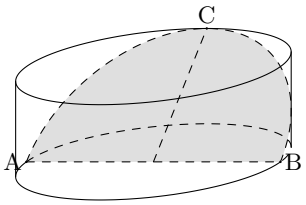
24. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(-2, -4, 1)$, $\mathrm{B}(a, 2, b)$에 대하여 선분 AB를 $2 : 1$로 내분하는 점이 z축 위에 있고, 이 점의 z좌표가 3이다. $a + b$의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

25. 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{b^2}=1$이 점 $\left(3,\ \frac{16}{5}\right)$을 지날 때, 이 타원의 두 초점 F, F′에 대하여 선분 FF′의 길이는? (단, $0<b<5$) [3점]

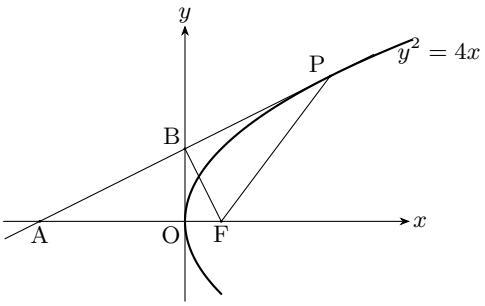
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

26. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4이고 높이가 3인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 한 밑면의 지름 AB를 포함하고 다른 밑면의 둘레와 오직 한 점 C에서 만나는 평면으로 원기둥을 자를 때 생기는 단면의 넓이는? [3점]



① 8π ② 9π ③ 10π ④ 11π ⑤ 12π

27. 포물선 $y^2 = 4x$의 초점을 F라 하자. 이 포물선 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 PAF의 넓이가 10일 때, 삼각형 BFP의 넓이는? [3점]



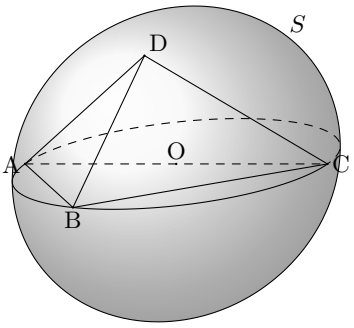
① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

28. 그림과 같이 좌표공간에서 반지름의 길이가 5인 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AC는 구 S의 지름이고, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = \overline{CD}$이다.
(나) $\overline{BD} = \sqrt{26}$

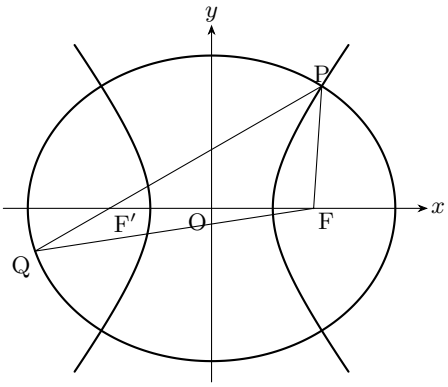
삼각형 ABD의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



단답형

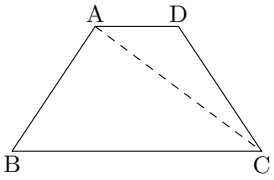
29. 두 초점이 F, F′인 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\overline{PF'}=2\overline{PF}$이다. 두 점 F, F′을 초점으로 하고 점 P를 지나는 타원이 직선 PF′과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 할 때, 삼각형 PQF의 둘레의 길이를 구하시오. (단, 점 F의 x좌표는 양수이다.) [4점]



30. 평면 위의 사다리꼴 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$는 방향이 같고, $|\overrightarrow{AD}|=2$, $|\overrightarrow{BC}|=6$이다.
(나) $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|=\sqrt{13}$

사다리꼴 ABCD의 변 위의 점 X 중에서 $\overrightarrow{AX}\cdot\overrightarrow{AC}$의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 점 X에 대하여 $\overrightarrow{AX}\cdot\overrightarrow{AC}$의 값의 합을 구하시오. [4점]



제 1 회 빠른 정답

공통과목

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
③	①	④	②	⑤	①	③	④	②	⑤	③

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
①	④	⑤	②	8	15	108	13	33	20	143

선택과목(확률과 통계)

23	24	25	26	27	28	29	30
②	④	①	③	⑤	②	90	68

선택과목(미적분)

23	24	25	26	27	28	29	30
①	④	③	③	⑤	②	45	54

선택과목(기하)

23	24	25	26	27	28	29	30
④	④	②	③	⑤	②	36	625

공통과목(수학 I, 수학 II)

1. **정답 ③**

$\sqrt[4]{8} = 2^{\frac{3}{4}}$, $\sqrt[8]{4} = 2^{\frac{2}{8}} = 2^{\frac{1}{4}}$ 이므로
$\sqrt[4]{8} \times \sqrt[8]{4} = 2^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}} = 2$

2. **정답 ①**

주어진 극한은 $f'(1)$이다. $f'(x) = 6x^2 - 5$이므로 $f'(1) = 6 - 5 = 1$

3. **정답 ④**

공차를 $d\,(d > 0)$라 하면 $a_3 + a_7 = 2a_5 = 20$에서 $a_5 = 10$
$a_4 a_6 = (10 - d)(10 + d) = 100 - d^2 = 84$에서 $d^2 = 16$, $d = 4$
따라서 $a_9 = a_5 + 4d = 10 + 16 = 26$

4. **정답 ②**

$x = 1$에서 연속이어야 하므로 $\lim_{x \to 1-} f(x) = f(1)$
$1 + a + 1 = 4 - a$에서 $2a = 2$, $a = 1$

5. **정답 ⑤**

$f'(x) = 2x(2x^3 - x + 1) + (x^2 + 2)(6x^2 - 1)$
$f'(1) = 2 \times 2 + 3 \times 5 = 19$

6. **정답 ①**

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta = \frac{1}{3}$에서 $\sin\theta = -\frac{1}{3}$
$\cos\theta > 0$이므로 $\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\tan\theta = \frac{-1/3}{2\sqrt{2}/3} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

7. **정답 ③**

$x^2 - 2x = -x^2 + 4x$에서 $2x^2 - 6x = 0$, $x = 0$ 또는 $x = 3$
$0 \le x \le 3$에서 $-x^2 + 4x \ge x^2 - 2x$이므로 구하는 넓이는
$\int_0^3 \{(-x^2 + 4x) - (x^2 - 2x)\}dx = \int_0^3 (-2x^2 + 6x)\,dx = \left[-\frac{2}{3}x^3 + 3x^2\right]_0^3 = -18 + 27 = 9$

8. **정답 ④**

$\log_4 16 = 2$, $2\log_2 \sqrt{3} = \log_2 3$이므로
주어진 식 $= \log_2 12 - \log_2 3 + 2 = \log_2 4 + 2 = 4$

9. **정답 ②**

두 점 P, Q의 속도를 각각 v_1, v_2라 하면 $v_1 = 3t^2 - 4t + 1$, $v_2 = 2t + 10$
$v_1 = v_2$에서 $3t^2 - 6t - 9 = 0$, $3(t+1)(t-3) = 0$이므로 $t = 3$
가속도는 각각 $6t-4$, 2이므로 $t = 3$에서 14, 2이고, 그 차는 $14 - 2 = 12$

10. **정답 ⑤**

$a^x = 9$에서 $x = \log_a 9 = 2\log_a 3$, $a^{-x} = 9$에서 $x = -2\log_a 3$이므로 $\overline{AB} = 4\log_a 3$
같은 방법으로 $\overline{CD} = 2\log_a 3$이고, 두 선분 사이의 거리는 $9 - 3 = 6$이므로
(사각형 ABDC의 넓이)$= \frac{1}{2}(4\log_a 3 + 2\log_a 3) \times 6 = 18\log_a 3 = 12$
$\log_a 3 = \frac{2}{3}$에서 $a^{\frac{2}{3}} = 3$, $a = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}$

11. **정답 ③**

가속도는 $v'(t) = 6t - k$이고 $v'(2) = 0$이므로 $k = 12$, $v(t) = 3t^2 - 12t + 9 = 3(t-1)(t-3)$
ㄱ. $v(t)$의 부호가 $t = 1$, $t = 3$의 좌우에서 바뀌므로 운동 방향을 두 번 바꾼다. (참)
ㄴ. 위치 $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$이므로 $x(1) = 4$ (거짓)
ㄷ. $x(0) = 0$, $x(1) = 4$, $x(3) = 0$, $x(4) = 4$이므로 움직인 거리는 $4 + 4 + 4 = 12$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

12. **정답 ①**

공비를 r라 하면 $a_3 + a_5 = r^2(a_1 + a_3)$이므로 $r^2 = 4$ $(a_1 + a_3 = a_1(1 + r^2) \neq 0)$
$a_3 a_4 = a_1^2 r^5 < 0$이므로 $r < 0$, 즉 $r = -2$
$a_2 a_6 = a_1^2 r^6 = 64a_1^2 = 64$에서 $a_1 = \pm 1$이고, $a_5 = 16a_1 > 0$이므로 $a_1 = 1$
따라서 구하는 합은 $\frac{1 - (-2)^6}{1 - (-2)} = \frac{-63}{3} = -21$

13. **정답 ④**

$f(3) = 4 \times 2 \times 1 = 8$이므로 직선 PQ는 $y = 2x + 2$
$f(x) - (2x+2) = (x+1)\{(x-1)(x-2) - 2\} = x(x+1)(x-3)$
이므로 R(0, 2)
$-1 \le x \le 0$에서 $f(x) \ge 2x + 2$, $0 \le x \le 3$에서 $f(x) \le 2x + 2$이므로

$$B - A = \int_{-1}^{3} \{(2x+2) - f(x)\} dx$$
$$= -\int_{-1}^{3} (x^3 - 2x^2 - 3x)\, dx$$

$$= -\left[\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_{-1}^{3} = -\left(-\frac{45}{4} - \frac{7}{12}\right) = \frac{32}{3}$$

14. **정답 ⑤**

$\overline{BD} = \overline{CD}$이므로 두 현에 대한 원주각이 같아 $\angle BAD = \angle CAD$, 즉 선분 AD는 $\angle A$의 이등분선이다. 따라서 $\overline{BE} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$.

또 $\angle ABE = \angle ABC = \angle ADC$(호 AC에 대한 원주각)이므로 $\triangle ABE \sim \triangle ADC$이고 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AE} \times \overline{AD}$. $\overline{AE} = x$라 하면 $18 = x(x+7)$에서 $x = 2$.

두 현 AD, BC에 대하여 $\overline{BE} \times \overline{EC} = \overline{AE} \times \overline{ED} = 14$이고 $\overline{BE} = 2\overline{EC}$이므로 $2\overline{EC}^2 = 14$, $\overline{EC} = \sqrt{7}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{7}$.

코사인법칙: $\cos A = \frac{36 + 9 - 63}{2 \times 6 \times 3} = -\frac{1}{2}$, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

사인법칙: $2R = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{3}/2} = 2\sqrt{21}$, $R = \sqrt{21}$.

15. **정답 ②**

극한을 $L(t)$라 하자.

(i) $t \neq 0$: 분모는 $x = t$에서 일차의 0$(x^2 - t^2 = (x+t)(x-t))$. 분자의 극한은 $f(t) - |f(t)|$이므로 $f(t) \ge 0$이면 분자 $= f(x) - f(t)$ 꼴이 되어 $L(t) = \frac{f'(t)}{2t}$로 존재, $f(t) < 0$이면 분자 $\to 2f(t) \neq 0$이라 존재하지 않는다.

(ii) $t = 0$: 분모가 x^2. $f(0) < 0$이면 존재하지 않고, $f(0) \ge 0$이면 분자 $f(x) - f(0)$이 x^2으로 나누어떨어져야 하므로 $f'(0) = 0$일 때만 존재한다.

따라서 집합이 $\{t \mid t \ge -2\}$이려면 $t < -2$에서 $f(t) < 0$,

$t \geq -2\,(t \neq 0)$에서 $f(t) \geq 0$이고, $f(0) \geq 0$, $f'(0) = 0$이다. 연속성에서 $f(-2) = 0$이므로 $f(x) = (x+2)(x^2+bx+c)$로 두면

- $f'(0) = c + 2b = 0 \Rightarrow c = -2b$
- $x > -2$에서 $x^2 + bx - 2b \geq 0$, $x < -2$에서 $> 0 \Rightarrow$ 모든 x에서 $x^2 + bx - 2b \geq 0$: $b^2 + 8b \leq 0$, $-8 \leq b \leq 0$

($b = 0$이면 이중근 0, $b = -8$이면 이중근 4로 모두 -2보다 크므로 조건을 만족한다.)

$f(1) = 3(1 + b - 2b) = 3(1 - b)$이므로 $M = 27\,(b = -8)$, $m = 3\,(b = 0)$, $M + m = 30$.

---

16. 정답 8

진수의 조건에서 $x + 4 > 0$, $x - 6 > 0$, $x > 0$이므로 $x > 6$이다. 주어진 식은 $\log_3(x+4)(x-6) = \log_3 3x$이므로 $(x+4)(x-6) = 3x$, $x^2 - 5x - 24 = 0$, $(x-8)(x+3) = 0$. $x > 6$이므로 $x = 8$.

---

17. 정답 15

$f(x) = \int (4x^3 - 3x^2 + 2)\,dx = x^4 - x^3 + 2x + C$ (C는 적분상수). $f(1) = 1 - 1 + 2 + C = 5$에서 $C = 3$. 따라서 $f(2) = 16 - 8 + 4 + 3 = 15$.

---

18. 정답 108

두 항씩 묶으면 $\sum_{k=1}^{12} a_k = (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \cdots + (a_{11} + a_{12}) = 3(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11) = 3 \times 36 = 108$.

---

19. 정답 13

$f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$이므로 $f'(x)$의 부호는 $x = 1$의 좌우에서 양에서 음으로 바뀐다. 즉, $f(x)$는 $x = 1$에서 극대이고 극댓값은 $f(1) = 2 - 9 + 12 + a = 5 + a = 9$, $a = 4$. 따라서 $f(3) = 54 - 81 + 36 + 4 = 13$.

---

20. 정답 33

(가) $n = 1$일 때 좌변은 $3 \times 3 = 9$이므로 $p = 9$

(나) $k = m + 1$인 항은 $(2m + 3) \times 3^{m+1}$이므로 $f(m) = (2m + 3) \times 3^{m+1}$

(다) $(3m+3) \times 3^{m+1} = (m+1) \times 3^{m+2}$이므로 $g(m) = m+2$

따라서 $\dfrac{f(4)}{p \times g(7)} = \dfrac{11 \times 3^5}{9 \times 9} = 11 \times 3 = 33$

---

21. 정답 20

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$라 하자.

(가)의 해석 $x = 0$ 근처에서 $|f(|x|)|$는 $f(0) \neq 0$이면 $\pm f(|x|)$, $f(0) = 0$이면 $|f'(0)|\,|x| + \cdots$ 꼴이므로 어느 경우든 $f'(0) = 0$, 즉 $b = 0$이어야 한다. 또 $x > 0$에서 $|f(x)|$가 미분가능하려면 $f(x) = 0$의 양의 근은 모두 중근이어야 한다(단순근에서 꺾임).

(나)의 해석 $|f(|x|)|$는 우함수이므로 실근은 $x = 0$을 제외하면 쌍으로 생긴다. 근이 3개 $\Rightarrow x = 0$이 근이어서 $|c| = 4$.

$c = -4$이면 $f(0) < 0$이고 $x \to \infty$일 때 $f(x) \to \infty$이므로, $f'(x) = x(3x + 2a)$로 보아 $x > 0$에서 f는 단순근을 가져 (가)에 모순. 따라서 $c = 4$. $x \geq 0$에서 $f \geq 0$이면 $|f| = f$이고 $f(x) = 4 \iff x^2(x + a) = 0$. 양의 근이 꼭 하나 있어야 하므로 $a < 0$ (근 $x = -a$).

$a < 0$일 때 $x > 0$에서 극솟값은 $f\left(-\frac{2a}{3}\right) = 4 + \frac{4a^3}{27}$. (가)에서 양의 단순근이 없어야 하므로 $4 + \frac{4a^3}{27} \geq 0$, 즉 $-3 \leq a < 0$. ($a = -3$이면 $f(x) = (x+1)(x-2)^2$으로 중근이므로 가능.)

$f(4) = 68 + 16a \geq 68 - 48 = 20$. 최솟값 20.

---

22. 정답 143

$a_{n+1} = v$가 되는 a_n(앞항)은 짝수 규칙에서 $-2v$, 홀수 규칙에서 $|a_n| = v + 3$이 홀수일 때 $\pm(v + 3)$이다. 또 $-1 \to -2 \to 1 \to -2 \to \cdots$이므로 -1이 한 번 나온 뒤에는 다시 나오지 않는다. 따라서 조건은 $a_6 = -1$과 같다.

거꾸로 따라가면 ($v + 3$이 짝수인 경우는 홀수 규칙 불가)

- $a_6 = -1$: $a_5 = 2$
- $a_5 = 2$: $a_4 = -4$ 또는 ± 5
- $a_4 = -4 \to a_3 = 8$; $a_4 = 5 \to a_3 = -10$; $a_4 = -5 \to a_3 = 10$
- $a_3 = 8 \to a_2 = -16, \pm 11$; $a_3 = -10 \to a_2 = 20$; $a_3 = 10 \to a_2 = -20, \pm 13$
- $a_2 = -16 \to 32$; $11 \to -22$; $-11 \to 22$; $20 \to -40, \pm 23$; $-20 \to 40$; $13 \to -26$; $-13 \to 26$

($a_2 < 0$이면 홀수 규칙에서 $|a_1| = a_2 + 3 < 0$ 또는 짝수가

되어 불가, $a_2 = 11, 13$에서는 $|a_1| = 14, 16$이 짝수라 불가.) $32, 22, 23, 40, 26$이고 합은 143.

$a_1 \in \{32, -22, 22, -40, \pm 23, 40, -26, 26\}$ 중 양수는

선택과목(확률과 통계)

23. **정답 ②**

양 끝에 b를 하나씩 놓으면, 가운데 5개의 자리에 a, a, b, c, d를 일렬로 나열하면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\frac{5!}{2!} = 60$

---

24. **정답 ④**

$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$

$\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)} = \frac{1}{3}$에서 $\mathrm{P}(B) = \frac{3}{5}$

따라서 $\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

---

25. **정답 ①**

$(x-1)^5$의 전개식의 일반항은 ${}_5\mathrm{C}_r\, x^r (-1)^{5-r}$ $(r = 0, 1, \cdots, 5)$

x^3항은 $x^2 \times (x$항$) + 2 \times (x^3$항$)$에서 나온다.

x의 계수: ${}_5\mathrm{C}_1(-1)^4 = 5$, x^3의 계수: ${}_5\mathrm{C}_3(-1)^2 = 10$

따라서 구하는 계수는 $1 \times 5 + 2 \times 10 = 25$

---

26. **정답 ③**

모든 경우의 수는 36이다. $a+b$가 4의 배수인 사건을 A, ab가 홀수인 사건을 B라 하자.

$a+b=4$: 3가지, $a+b=8$: 5가지, $a+b=12$: 1가지이므로 $n(A) = 9$

ab가 홀수이려면 a, b가 모두 홀수이므로 $n(B) = 3 \times 3 = 9$

$A \cap B$: $(1,3), (3,1), (3,5), (5,3)$이므로 $n(A \cap B) = 4$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9+9-4}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

---

27. **정답 ⑤**

$Z = \frac{X-m}{\sigma}$로 놓으면 Z는 표준정규분포를 따른다.

$\mathrm{P}(X \le 50) = 0.5 - 0.4772$이므로 $\frac{50-m}{\sigma} = -2$

$\mathrm{P}(X \ge 62) = 0.5 - 0.3413$이므로 $\frac{62-m}{\sigma} = 1$

두 식에서 $3\sigma = 12$, $\sigma = 4$, $m = 58$

$\mathrm{P}(54 \le X \le 66) = \mathrm{P}(-1 \le Z \le 2) = 0.3413 + 0.4772 = 0.8185$

---

28. **정답 ②**

세 쌍 $\{1,6\}$, $\{2,5\}$, $\{3,4\}$의 두 카드는 항상 서로 다른 학생이 가지며, 한 쌍을 맞바꾸는 확률은 차례로 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$이다. 4번의 시행에서 각 쌍을 맞바꾼 횟수를 x, y, z라 하자 $(x+y+z=4)$.

A가 6을 가지면 A의 합은 $6+2+3=11$ 이상, 6을 가지지 않으면 $1+5+4=10$ 이하이고 두 학생의 합의 합은 21이므로, (A의 합)>(B의 합) $\iff$ A가 6을 가짐 $\iff$ x가 홀수.

또 A가 5를 가짐 $\iff$ y가 홀수.

(x,y,z)의 확률 $\frac{4!}{x!\,y!\,z!}\left(\frac{1}{3}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^y\left(\frac{1}{6}\right)^z$을 $\frac{1}{648}$ 단위로 쓰면

$(1,0,3)$: 4, $(1,1,2)$: 36, $(1,2,1)$: 108, $(1,3,0)$: 108, $(3,0,1)$: 16, $(3,1,0)$: 48

x가 홀수인 경우의 합은 320, 그중 y도 홀수인 경우는 $36+108+48=192$

따라서 구하는 확률은 $\frac{192}{320} = \frac{3}{5}$

---

29. **정답 90**

a, b가 홀수이므로 $a+b=2k$ (k는 자연수)로 놓으면 (나)에서 $2k \le 16-2k$, 즉 $k \le 4$

$a = 2a'+1$, $b = 2b'+1$ (a', b'은 음이 아닌 정수)이면 $a'+b' = k-1$이므로 (a,b)의 개수는 ${}_2\mathrm{H}_{k-1} = k$

$c+d = 16-2k$인 자연수 (c,d)의 개수는 $15-2k$

따라서 구하는 개수는 $\sum_{k=1}^{4} k(15-2k) = 13+22+27+28 = 90$

---

30. **정답 68**

한 번의 시행에서 기록한 수를 X라 하자. 차가 1인 두 수의 쌍은 $n-1$개이므로 $\mathrm{P}(X=1) = \frac{n-1}{{}_n\mathrm{C}_2} = \frac{2}{n}$

$\overline{X} = 1$이려면 네 수가 모두 1이어야 하므로 $\left(\frac{2}{n}\right)^4 = \frac{16}{625}$,

$n=5$

$n=5$일 때 차가 $1,2,3,4$인 쌍은 각각 $4,3,2,1$개이므로

$\mathrm{P}(X=1)=\frac{4}{10}$, $\mathrm{P}(X=2)=\frac{3}{10}$, $\mathrm{P}(X=3)=\frac{2}{10}$, $\mathrm{P}(X=4)=\frac{1}{10}$

$\mathrm{E}(X)=\frac{4+6+6+4}{10}=2$, $\mathrm{E}(X^2)=\frac{4+12+18+16}{10}=5$, $\mathrm{V}(X)=1$

따라서 $\mathrm{E}(\overline{X})=2$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\frac{1}{4}$, $\mathrm{E}(\overline{X}^2)=\frac{1}{4}+4=\frac{17}{4}$

$\overline{X}$가 가질 수 있는 값은 $\frac{k}{4}$ $(k=4,5,\cdots,16)$이므로

$$\sum_{k=1}^{40} k^2\,\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{k}{4}\right)=16\sum_{k=4}^{16}\left(\frac{k}{4}\right)^2\mathrm{P}\left(\overline{X}=\frac{k}{4}\right)$$

$$=16\,\mathrm{E}(\overline{X}^2)=16\times\frac{17}{4}=68$$

선택과목(미적분)

23. **정답 ①**

$\lim_{x\to 0}\frac{6x}{\ln(1+3x)}=\lim_{x\to 0}\left\{2\times\frac{3x}{\ln(1+3x)}\right\}=2\times 1=2$

24. **정답 ④**

$u(x)=x+2,\ v'(x)=e^x$ 으로 놓으면 $u'(x)=1,\ v(x)=e^x$ 이므로

$\int_0^1(x+2)e^x\,dx=\left[(x+2)e^x\right]_0^1-\int_0^1 e^x\,dx=(3e-2)-(e-1)=2e-1$

25. **정답 ③**

등비수열 $\{r^n\}$이 수렴할 조건은 $-1<r\le 1$이므로 $-1<\frac{k^2-6k}{8}\le 1$, 즉 $-8<k^2-6k\le 8$

(i) $k^2-6k+8>0$에서 $(k-2)(k-4)>0,\ k<2$ 또는 $k>4$

(ii) $k^2-6k-8\le 0$에서 $3-\sqrt{17}\le k\le 3+\sqrt{17}$이고 $4<\sqrt{17}<5$

따라서 정수 k는 $-1,\ 0,\ 1,\ 5,\ 6,\ 7$이고 그 개수는 6

26. **정답 ③**

$0\le t\le\sqrt{3}$인 t에 대하여 직선 $x=t$를 포함하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면은 한 변의 길이가 $\sqrt{\frac{4t}{t^2+1}}$인 정삼각형이므로 넓이를 $S(t)$라 하면

$S(t)=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{4t}{t^2+1}=\frac{\sqrt{3}\,t}{t^2+1}$

따라서 구하는 부피는

$\int_0^{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}\,t}{t^2+1}dt=\frac{\sqrt{3}}{2}\left[\ln(t^2+1)\right]_0^{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\ln 4=\sqrt{3}\ln 2$

27. **정답 ⑤**

$f(x)=1$에서 $x^3+x-2=0,\ (x-1)(x^2+x+2)=0$이므로 $x=1$, 즉 $f(1)=1$

주어진 식에 $x=1$을 대입하면 $g(1)=1+1=2$

주어진 식의 양변을 x에 대하여 미분하면

$g'(f(x))f'(x)=(2x+x^2)e^{x-1}+1$

$x=1$을 대입하면 $f'(1)=3+1=4$이므로 $4g'(1)=3+1=4,\ g'(1)=1$

따라서 $g(1)+g'(1)=2+1=3$

28. **정답 ②**

직선 PQ는 원의 접선이므로 $\angle OPQ=\frac{\pi}{2}$이고

$\overline{OP}=1,\ \overline{PQ}=\tan\theta,\ \overline{OQ}=\sec\theta$

직각삼각형 OPQ의 내접원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$라 하면

$r(\theta)=\frac{\overline{OP}+\overline{PQ}-\overline{OQ}}{2}=\frac{1+\tan\theta-\sec\theta}{2}$

점 I와 직선 PQ 사이의 거리가 $r(\theta)$이므로

$f(\theta)=\frac{1}{2}\times\tan\theta\times r(\theta)=\frac{1}{4}\tan\theta\,(1+\tan\theta-\sec\theta)$

$f'(\theta)=\frac{1}{4}\{\sec^2\theta\,(1+\tan\theta-\sec\theta)$

$+\tan\theta\,(\sec^2\theta-\sec\theta\tan\theta)\}$

$\theta=\frac{\pi}{3}$일 때 $\tan\theta=\sqrt{3},\ \sec\theta=2$이므로

$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{4}\{4(\sqrt{3}-1)+\sqrt{3}(4-2\sqrt{3})\}=\frac{1}{4}(8\sqrt{3}-10)=2\sqrt{3}-\frac{5}{2}$

29. **정답 45**

모든 자연수 n에 대하여 $b_n\le 2$이다.

$a_1\le 0$이면 모든 n에 대하여 $b_n=a_n$이고 $b_1=b_3$에서 $a_1=\frac{1}{4}a_1,\ a_1=0$이 되어 (나)를 만족시키지 않는다. 따라서 $a_1>0$이고 수열 $\{a_n\}$은 감소한다.

$a_3<2$이면 $b_3=a_3$이고, $a_1<2$일 때 $b_1=a_1>a_3,\ a_1\ge 2$일 때 $b_1=2>a_3$이므로 (가)에 모순이다. 그러므로 $a_3\ge 2$

$a_m\ge 2>a_{m+1}$인 자연수 m $(m\ge 3)$이 하나 존재하고, $1\le a_{m+1}<2$이다.

$\sum_{n=1}^{\infty}b_n=2m+\frac{a_{m+1}}{1-\frac{1}{2}}=2m+2a_{m+1}$이고 $2m+2\le 2m+2a_{m+1}<2m+4$

$2m+2\le 9<2m+4$에서 $m=3$이고 $6+2a_4=9,\ a_4=\frac{3}{2}$

따라서 $a_n=12\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$이고 $b_1=b_2=b_3=2,\ n\ge 4$일 때 $b_n=a_n$이므로

$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n=2(12+6+3)+\sum_{n=4}^{\infty}a_n^2=42+\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{1-\frac{1}{4}}=42+3=45$

30. **정답 54**

$f(x)=\frac{1}{3}x^3+bx^2+cx$ (b, c는 상수)라 하자. $f(x)$의

역함수가 존재하고 최고차항의 계수가 양수이므로 $f(x)$는 증가하고, 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) = x^2 + 2bx + c \geq 0$
$g(x)$가 $x = a$에서 미분가능하지 않으므로 $f'(g(a)) = 0$
이고, $f'(x) \geq 0$이므로 $f'(x) = (x-m)^2$ $(m = -b)$
이때 $g(a) = m$, 즉 $a = f(m)$이다. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + m^2x = \frac{1}{3}(x-m)^3 + \frac{1}{3}m^3$이므로 $a = \frac{1}{3}m^3 > 0$에서 $m > 0$
$g(0) = 0$, $g(a) = m$이므로 $x = f(y)$로 치환하면

$\int_0^a g(x)\,dx = am - \int_0^m f(y)\,dy = \frac{m^4}{3} - \frac{m^4}{4} = \frac{m^4}{12}$
$\frac{m^4}{12} = \frac{27}{4}$에서 $m^4 = 81$, $m = 3$
$f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^3 + 9$이므로 $f(6) = 18$이고, 곡선 $y = f(x)$는 점 $(3, 9)$에 대하여 대칭이므로 $\int_0^6 f(y)\,dy = 6 \times 9 = 54$
따라서 $\int_0^{18} g(x)\,dx = 6 \times 18 - \int_0^6 f(y)\,dy = 108 - 54 = 54$

선택과목(기하)

23. **정답 ④**

$2\vec{a}+\vec{b}=(6,\,-2)+(-2,\,4)=(4,\,2)$이므로 모든 성분의 합은 $4+2=6$

24. **정답 ④**

내분점은 $\left(\frac{2a-2}{3},\,\frac{4-4}{3},\,\frac{2b+1}{3}\right)=\left(\frac{2a-2}{3},\,0,\,\frac{2b+1}{3}\right)$이다.

z축 위에 있으므로 $2a-2=0$, $a=1$이고, $\frac{2b+1}{3}=3$에서 $b=4$이다. 따라서 $a+b=5$

25. **정답 ②**

$\frac{9}{25}+\frac{256}{25b^2}=1$에서 $\frac{256}{25b^2}=\frac{16}{25}$, $b^2=16$이다.

초점의 x좌표를 $\pm c$라 하면 $c^2=25-16=9$, $c=3$이므로 $\overline{FF'}=2c=6$

26. **정답 ③**

지름 AB를 포함하는 밑면의 중심을 O, 점 C에서 이 밑면에 내린 수선의 발을 C′이라 하면 C′은 밑면의 둘레 위에 있고 $\overline{OC'}\perp\overline{AB}$이다.

$\overline{OC'}=4$, $\overline{CC'}=3$이므로 $\overline{OC}=5$이고, 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{OC}\perp\overline{AB}$이다.

따라서 단면과 밑면이 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $\cos\theta=\frac{4}{5}$이다.

단면(반타원)의 밑면 위로의 정사영은 반지름 4인 반원이므로 넓이가 8π이다. 단면의 넓이를 S라 하면

$S\times\frac{4}{5}=8\pi,\ \ S=10\pi$

27. **정답 ⑤**

F(1, 0)이고 $P(t^2,\,2t)$ $(t>0)$이라 하면 접선의 방정식은 $2ty=2(x+t^2)$, 즉 $ty=x+t^2$이므로

$A(-t^2,\,0)$, $B(0,\,t)$이다.

삼각형 PAF의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(1+t^2)\times 2t=t^3+t=10$에서 $(t-2)(t^2+2t+5)=0$, $t=2$

따라서 P(4, 4), B(0, 2), F(1, 0)이고 $\overrightarrow{BF}=(1,\,-2)$, $\overrightarrow{BP}=(4,\,2)$이므로 $\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{BP}=0$이다.

삼각형 BFP의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}=5$

28. **정답 ②**

구의 중심 O는 선분 AC의 중점이다. 점 B는 지름 AC를 지름으로 하는 원 위에 있으므로 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$, $\overline{BC}=8$이다.

평면 ABC에서 O를 원점, 직선 AC를 y축으로 잡으면 A(0, −5), C(0, 5)이고, B에서 AC에 내린 수선의 발까지 $\overline{AH}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}}=\frac{18}{5}$, $\overline{BH}=\frac{24}{5}$이므로 $B\left(\frac{24}{5},\,-\frac{7}{5}\right)$이다.

$\overline{AD}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OD}\perp\overline{AC}$, $\overline{OD}=5$이다. 두 평면 ABC, ACD가 이루는 각(점 B 쪽에서 잰 각)을 θ라 하면

공간에서 $D(5\cos\theta,\,0,\,5\sin\theta)$로 놓을 수 있고

$\overline{BD}^2=\left(\frac{24}{5}-5\cos\theta\right)^2+\frac{49}{25}+25\sin^2\theta=50-48\cos\theta=26$

에서 $\cos\theta=\frac{1}{2}$이다. 점 D의 평면 ABC 위로의 정사영은 $D'\left(\frac{5}{2},\,0\right)$이다.

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{24}{5},\,\frac{18}{5}\right)$, $\overrightarrow{AD'}=\left(\frac{5}{2},\,5\right)$이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\left|\frac{24}{5}\times 5-\frac{18}{5}\times\frac{5}{2}\right|=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}$

29. **정답 36**

쌍곡선의 정의에 의하여 $\overline{PF'}-\overline{PF}=6$이고 $\overline{PF'}=2\overline{PF}$이므로 $\overline{PF}=6$, $\overline{PF'}=12$이다.

타원의 장축의 길이를 $2a$라 하면 $2a=\overline{PF}+\overline{PF'}=18$이다.

초점 F′은 타원의 내부에 있으므로 점 Q는 점 P의 반대쪽에서 직선 PF′ 위에 있고 $\overline{PQ}=\overline{PF'}+\overline{F'Q}$이다. 따라서

(삼각형 PQF의 둘레)$=(\overline{PF}+\overline{PF'})+(\overline{QF}+\overline{QF'})=18+18=36$

30. **정답 625**

(가), (나)에서 ABCD는 등변사다리꼴이다. 아랫변의 남는 길이 $6-2=4$가 양쪽에 2씩 나뉘므로 높이는 $\sqrt{13-4}=3$이다.

$\mathrm{B}(-3,\,0),\ \mathrm{C}(3,\,0),\ \mathrm{A}(-1,\,3),\ \mathrm{D}(1,\,3)$으로 놓으면 $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = (4,\,-3)$이고 $f(\mathrm{X}) = \overrightarrow{\mathrm{AX}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AC}}$라 하면

$f(\mathrm{A}) = 0$, $f(\mathrm{B}) = (-2,-3)\cdot(4,-3) = 1$, $f(\mathrm{C}) = |\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2 = 25$, $f(\mathrm{D}) = (2,0)\cdot(4,-3) = 8$

f는 X에 대한 일차식이므로 각 변 위에서 단조이고, 어느 변도 $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$에 수직이 아니다.

경로 A→B→C에서 f는 0에서 25까지 증가하고, 경로 C→D→A에서 25에서 0까지 감소한다.

따라서 $f(\mathrm{X}) = n$인 점 X는 $n = 1,\,2,\,\cdots,\,24$일 때 각각 2개, $n = 25$일 때 C 1개이다. 구하는 합은

$$2(1+2+\cdots+24)+25 = 600+25 = 625$$